Partie 1 : Calculs numérique et littéral

Exercice 1 : Parmi les fractions suivantes : $\frac{14}{21}$; $\frac{9}{21}$; $\frac{9}{14}$; $\frac{24}{56}$.

1) Quelles sont celles que l'on peut simplifier ? Pourquoi ?

$\frac{14}{21}$ oui car 14 et 21 sont divisibles par 7, c'est-à-dire dans la table de multiplication de 7.
$\frac{9}{21}$ oui car 9 et 21 sont divisibles par 3.
$\frac{9}{14}$ non car 9 et 14 n'ont aucun diviseur commun.
$\frac{24}{56}$ oui car 24 et 56 sont divisibles par 8.

2) Lesquelles sont supérieures à $\frac{1}{2}$?

On cherche les fractions dont le numérateur est supérieur à la moitié du dénominateur : $\frac{9}{14}$ et $\frac{14}{21}$ correspondent.

Exercice 2 :

1) Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
   a) $A = \frac{15}{2} \times \frac{-4}{3} = \frac{15\times(-4)}{2\times3} = \frac{-\cancel{3}\times5\times\cancel{2}\times2}{\cancel{2}\times\cancel{3}} = -10$
   b) $B = \frac{15}{2} - \frac{4}{3} = \frac{15\times3}{2\times3} - \frac{4\times2}{3\times2} = \frac{45}{6} - \frac{8}{6} = \frac{45-8}{6} = \frac{37}{6}$
   c) $C = \frac{5}{0{,}2} = \frac{5}{\frac{2}{10}} = 5 \times \frac{10}{2} = \frac{5}{1} \times \frac{10}{2} = \frac{5\times10}{1\times2} = \frac{50}{2} = 25$
   d) $D = \frac{3}{0{,}5} = \frac{3}{\frac{5}{10}} = 3 \times \frac{10}{5} = \frac{3}{1} \times \frac{10}{5} = \frac{3\times10}{1\times5} = \frac{30}{5} = 6$
2) Calculer :
   a) $E = (2 \times 10^4)^2 = (20\,000)^2 = 400\,000\,000$
   b) $F = (-3 \times 10^{-2})^2 = (-0{,}03)^2 = 0{,}0009$
   c) $G = \left(\frac{14}{7}\right)^3 \times \frac{1}{4} = 2^3 \times \frac{1}{4} = \frac{8}{4} = 2$
   d) $H = \left(\frac{27}{3^2}\right)^2 \times \frac{1}{3^2} = \left(\frac{27}{9}\right)^2 \times \frac{1}{3^2} = 3^2 \times \frac{1}{3^2} = 1$
3) Calculer :
   a) Le double du carré de -3 : $2 \times (-3)^2 = 2 \times 9 = 18$
   b) Le carré du double de -3 : $\left(2 \times (-3)\right)^2 = (-6)^2 = 36$

Exercice 3 : Calculer :

1) $2x^2$ pour $x = 4$ et $x = -3$

Pour $x = 4$: $2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$.

Pour $x = -3$: $2 \times (-3)^2 = 2 \times 9 = 18$.

2) $(6x + 1)$ pour $x = \frac{1}{2}$ et $x = \frac{-1}{5}$

Pour $x = \frac{1}{2}$: $6 \times \frac{1}{2} + 1 = \frac{6}{2} + 1 = 3 + 1 = 4$.

Pour $x = \frac{-1}{5}$: $6 \times \frac{-1}{5} + 1 = \frac{-6}{5} + 1 = \frac{-6}{5} + \frac{5}{5} = \frac{-6+5}{5} = \frac{-1}{5}$.

3) x^2 pour $x = \frac{2}{3}$ et $x = \frac{4}{5}$

Pour $x = \frac{2}{3}$: $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$. Pour $x = \frac{4}{5}$: $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4^2}{5^2} = \frac{16}{25}$.

Exercice 4 : Développer, réduire et ordonner les expressions littérales suivantes.

a) $(4x-1)(4x+1) = 4x \times 4x + 4x \times 1 - 1 \times 4x - 1 \times 1 = 16x^2 + 4x - 4x - 1 = 16x^2 - 1$

b) $(3+2x)^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times 2x + (2x)^2 = 9 + 12x + 4x^2 = 4x^2 + 12x + 9$
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

c) $3a(5-2a) = 3a \times 5 + 3a \times (-2a) = 15a - 6a^2 = -6a^2 + 15a$

d) $(y+2)(5y-3) = y \times 5y + y \times (-3) + 2 \times 5y + 2 \times (-3) = 5y^2 - 3y + 10y - 6 = 5y^2 + 7y - 6$

e) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, donc : $(1-2a)^2 = 1^2 - 2 \times 1 \times 2a + (2a)^2 = 1 - 4a + 4a^2$

f) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$, donc : $(x^2-2)(x^2+2) = (x^2)^2 - 2^2 = x^4 - 4$

Exercice 5 : Factoriser au maximum les expressions littérales suivantes :

1) $9x + 6 = 3 \times 3x + 3 \times 2 = 3(3x+2)$
2) $4x^2 - 25 = (2x)^2 - 5^2 = (2x+5)(2x-5)$
3) $6x + 9x^2 + 1 = 9x^2 + 6x + 1 = (3x)^2 + 2 \times 1 \times (3x) + 1^2 = (3x+1)^2$
4) $3a^2 - 5a = 3a \times a - 5 \times a = a(3a-5)$
5) $y^3 - y = y \times y^2 - y \times 1 = y(y^2-1) = y(y^2-1^2) = y(y+1)(y-1)$
6) $(x+1)^2 + 4(x+1) = (x+1) \times (x+1) + 4 \times (x+1) = (x+1)(x+1+4) = (x+1)(x+5)$

Exercice 6 :

1) Donner les solutions, si elles existent, des équations suivantes.
Le symbole $\Leftrightarrow$ signifie « équivaut à », c'est-à-dire que les équations sont équivalentes.

a) $3x = 15 \Leftrightarrow x = \frac{15}{3} = 5$

b) $3 - x = 15$
$\Leftrightarrow -x = 15 - 3$
$\Leftrightarrow -x = 12$
$\Leftrightarrow x = -12$

c) $3x = 0$ alors $x = \frac{0}{3} = 0$

d) $\frac{1}{3}x + 7 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x = -7$
$\Leftrightarrow x = -7 \times \frac{3}{1} = -7 \times 3 = -21$

e) $x^2 + 5x = 0$

Règle du produit nul

$\Leftrightarrow x(x+5) = 0$
$\Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x + 5 = 0$
$\Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x = -5$

f) $(2x-1)(x+4) = 0$
$\Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 4 = 0$
$\Leftrightarrow 2x = 1 \quad \text{ou} \quad x = -4$
$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad x = -4$

2) -2 est-il solution de l'équation $x^2 - 3x - 2 = 0$? Justifier la réponse.
On remplace x par -2 et on vérifie qu'on obtient bien 0.
$(-2)^2 - 3 \times (-2) - 2 = 4 + 6 - 2 = 8 \neq 0$ donc -2 n'est pas solution.

3) Résoudre les équations suivantes en utilisant une factorisation bien choisie.

a) $3x(2x+1) + (x-1)(2x+1) = 0$
$\Leftrightarrow (2x+1)(3x + (x-1)) = 0$ en factorisant par $(2x+1)$ qui est un facteur commun
$\Leftrightarrow (2x+1)(4x-1) = 0$
$\Leftrightarrow 2x + 1 = 0$ ou $4x - 1 = 0$ en appliquant la règle du produit nul
$\Leftrightarrow 2x = -1$ ou $4x = 1$
$\Leftrightarrow x = \frac{-1}{2}$ ou $x = \frac{1}{4}$

b) $(x+1)^2 - 2(x+1) = 0$

$\Leftrightarrow (x+1)(x+1) - 2(x+1) = 0$

$\Leftrightarrow (x+1)((x+1) - 2) = 0$ en factorisant par $(x+1)$ qui est un facteur commun

$\Leftrightarrow (x+1)(x-1) = 0$

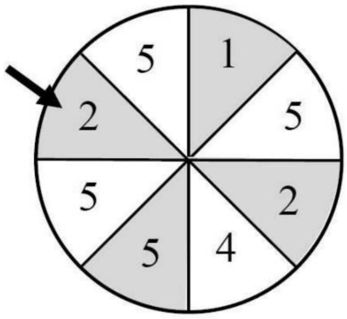
$\Leftrightarrow x+1 = 0$ ou $x-1 = 0$ en appliquant la règle du produit nul

$\Leftrightarrow x = -1$ ou $x = 1$

Exercice 7 : Questionnaire à choix multiples

	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Votre réponse
Q_1	Le triangle MNP est rectangle en P. On a …	$MN^2 + PN^2 = MP^2$	$MN^2 = PM^2 + PN^2$	$MN^2 + PM^2 = PN^2$	B
Q_2	IJK est un triangle rectangle en I avec $IJ = 4$ cm et $JK = 6$ cm. Le côté $[IK]$ mesure …	$2\sqrt{5}$ cm	2 cm	$2\sqrt{13}$ cm	A
Q_3	On augmente 720 de 15 %. On calcule …	$0{,}15 \times 720$	$1{,}15 \times 720$	$1{,}15 + 720$	B
Q_4	On prend 20 % de 360. On obtient alors …	72	288	432	A
Q_5	On diminue 420 de 32 %. On obtient alors …	134,4	285,6	554,4	B

Pour la suite des questions, on se place dans la situation suivante.



- On fait tourner la roue de loterie représentée ci-contre.
- La roue est partagée en secteurs de même aire.
- Une fois lancée, la roue s'arrête de façon aléatoire sur un secteur unique indiqué par la flèche noire.
- A la fin du lancer, on relève le numéro marqué sur le secteur indiqué par la flèche noire.

	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Votre réponse
Q_6	La probabilité d'obtenir le numéro 4 est …	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{4}{8}$	B
Q_7	La probabilité d'obtenir un numéro qui est un nombre pair est …	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{8}$	A
Q_8	La probabilité d'obtenir le numéro 6 est …	0 %	6 %	100 %	A
Q_9	La probabilité de ne pas obtenir le numéro 3 est …	0	0,8	1	C
Q_{10}	La probabilité d'obtenir un numéro qui est un nombre inférieur ou égal à 4 est :	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	A